

Burbujas racionales: ¿realidad o espejismo ?*

Elena Escudero

Departamento de Fundamentos del Análisis Económico.

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales,

Av. Valle Esquivela, 6,

Universidad de Valladolid,

47011 VALLADOLID.

I. - INTRODUCCIÓN

Sucesos recientes, tanto en el mercado de cambios como en el mercado de acciones, han servido como estímulo para la investigación del fenómeno de "burbujas". Desde el punto de vista teórico, Blanchard y Fisher (1989), han realizado un estimulante resumen general, y por otro lado, el artículo de West (1988) es una brillante recopilación de la literatura empírica.

Aunque la posibilidad de burbujas permanece abierta en modelos de generaciones superpuestas, Tirole (1985), así como en modelos con un número finito de agentes que tienen asimétrica información, Allen y Gorton (1988); *el argumento central de este artículo es, que es prematuro abandonar las explicaciones económicas fundamentales del reciente comportamiento de los tipos de cambio en favor de las burbujas especulativas.*

II. - MODELOS INTERTEMPORALES Y BURBUJAS ESPECULATIVAS

2.1. - Burbujas explosivas

La condición de equilibrio en los modelos monetarios intertemporales de determinación del tipo de cambio viene dada por:

$$e_t = \frac{U_c^* (c_t, c_t^*) P_t}{U_c (c_t, c_t^*) P_t^*} \quad (1)$$

* Este trabajo parte, esencialmente, de un capítulo de mi tesis doctoral, presentada en junio de 1991. Las modificaciones se relacionan con posteriores investigaciones efectuadas durante mi estancia como visitante en la Universidad de Northwestern (USA), así como en comentarios realizados por el profesor R. Hodrick. En todo caso, los errores son exclusivamente míos.

o lo que es lo mismo, el tipo de cambio real debe igualar la tasa marginal de sustitución de bienes extranjeros por bienes domésticos¹

Si los precios domésticos muestran un comportamiento implosivo o explosivo, el tipo de cambio tendría un comportamiento análogo. Sin embargo, tal y como afirma Singleton (1987), "las hiperinflaciones o deflaciones se excluyen en los recientes modelos de equilibrio del tipo de cambio, porque se supone que los agentes viven infinitos períodos y se enfrentan a una corriente exógena de dinero y bienes, siendo el dinero esencial para la adquisición de estos bienes".

El equilibrio de "manchas solares"² puede originarse en economías con un conjunto incompleto de mercados de bienes contingentes y/o modelos con generaciones sucesivas de agentes que viven períodos finitos, es decir, economías de las características actuales.

Consideremos un entorno de previsión perfecta para un país pequeño en el que existe un consumidor representativo con unas preferencias dadas:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\alpha \ln c_t + (1-\alpha) \ln c_t^*] \quad (2)$$

Los agentes están dotados de la cantidad Y_t de un bien intermedio nacional. Pueden ir al mercado y vender este bien por dinero nacional o pueden invertir el bien bajo una función de producción interior que suministra el bien de consumo³.

La función de producción interna g , se supone que es cóncava y que satisface la condición $g'(0) < 1$, siendo $g(Y_t)$ la cantidad de bien de consumo producida que puede consumirse en el período en curso t .

La restricción presupuestaria será:

$$p_t c_t + e p_t^* c_t^* = M_t + p_t g(Y_t) - \frac{M_{t+1}}{P_t} \quad (3)$$

1. La mayoría de la literatura reciente sobre la determinación de los tipos de cambio en los modelos intertemporales recientes ha seguido el trabajo pionero de Lucas (1980, 1982) y ha introducido el dinero usando la restricción de "cash-in -advance". Recientes ejemplos de estos modelos son los estudiados por Stockman (1980), Helpman y Razin (1985), Svensson (1985), Stockman y Svensson (1985) y Hodrick (1987).

2. Un equilibrio de "manchas solares" es aquel en el que los precios y asignaciones dependen de aspectos irrelevantes así como de variaciones exógenas en los fundamentos (preferencias tecnológicas y dotaciones). Las burbujas, por su parte, reflejan el efecto de extrínseca incertidumbre sobre precios de equilibrio y asignaciones. La mayoría de las manchas solares son consideradas burbujas. Lo contrario no es cierto.

3. La restricción estricta de "cash-in advance" se relaja al igual que se hace en Scheinkman en "Models of Monetary Economics", pág. 94, 1980. El bien intermedio podría ser interpretado como trabajo y puede usarse para adquirir el bien de consumo en el período siguiente.

El dinero (M_t) no es esencial. Los agentes pueden producir "en casa" para el consumo, pero su importancia queda recogida por la concavidad de $g(Y_t)$ que presenta la mayor eficiencia del dinero fiduciario en los intercambios respecto a la producción casera⁴.

Maximizando (2) condicionado a la restricción (3), obtenemos la condición de equilibrio para el modelo descrito:

$$\beta^t \alpha c_t^{-1} = p_t \lambda_t \quad (4)$$

$$\beta^t (1-\alpha) c_t^{*-1} = e p_t^* \lambda_t \quad (5)$$

$$\lambda_t g_m(Y_t - \frac{M_{t+1}}{p_t}) = E_t(\lambda_{t+1}) \quad (6)$$

donde λ_t es el multiplicador asociado con la restricción, y g_m es la derivada parcial de la función g con respecto a M . De aquí, operando obtenemos:

$$e_t = \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \frac{c_t p_t}{c_t^* p_t^*} \quad (7)$$

y sustituyendo (4) en (6) para λ_t resulta:

$$\lambda_t p_t^{-1} c_t^{-1} g_m(Y_t - \frac{M_{t+1}}{p_t}) = E_t(\beta p_{t+1}^{-1} c_{t+1}^{-1}) \quad (8)$$

Considerando las soluciones de previsión perfecta para este modelo, bajo el supuesto de una cantidad de dinero nacional fijo, M , una dotación fija del bien intermedio nacional, Y , y un suministro fijo del bien extranjero para el país pequeño, Y^* . Las expresiones (3) y (8) se convierten en⁵:

$$c = \alpha \frac{M}{p_t} + \alpha g(Y - \frac{M}{p_t}) \quad (9)$$

$$\frac{p_{t+1} g_m(Y - \frac{M}{p_t})}{c} = \frac{\beta p_t}{c} \quad (10)$$

4. Se supone que los residentes del país pequeño no tienen moneda extranjera y el total de moneda nacional que poseen los extranjeros se determina por factores exteriores al país pequeño.

5. El desarrollo del modelo corresponde a Singleton, K. en "Exchanges Rates, Speculation, and Volatility", pág. 28, 1987.

La solución puede no ser única. Dada la concavidad de g , para un p_t inicial lo suficientemente grande, $g_m (Y-M/p_t)$ será menor que β . En este caso, el límite de p_t , cuando $\rightarrow \infty$ será infinito. Esto es, el nivel de precios seguirá una senda explosiva y por ende, el tipo de cambio tendrá también una trayectoria explosiva. En todas estas trayectorias los tipos de cambio se determinan por sus variables fundamentales. Estas sendas no están basadas en motivos informacionales, puesto que se originan en modelos de previsión perfecta. No son tampoco burbujas en el sentido tratado por Tirole (1982); la información extrínseca no es un factor fundamental.

Aunque las trayectorias explosivas de previsión perfecta no son burbujas especulativas, la existencia de múltiples trayectorias de equilibrio en este modelo permite la construcción de sendas explosivas que dependen de información extrínseca. Se trata por tanto de un equilibrio de manchas solares divergente.

Existen sin embargo, argumentos convincentes para no conceder mucho peso a las "manchas solares" como explicación del comportamiento de los tipos de cambio. El argumento principal descansa en la no observación en los datos de comovimientos de precio y tipo de cambio. Los precios de los bienes han sido, en general, considerados como viscosos en comparación a los precios de acciones y monedas⁶.

La omisión de un papel para las expectativas puede explicar la inconsistencia entre (1) y los datos. La introducción de expectativas ya contempladas en modelos anteriores implicaría una nueva expresión para el tipo de cambio:

$$e_t = \frac{E_t \left[\frac{U_{c^*}(c_{t+1}^*, c_{t+1}^*)}{p_{t+1}^*} \right]}{E_t \left[\frac{U_c(c_{t+1}, c_{t+1}^*)}{p_{t+1}} \right]} \quad (11)$$

Las expectativas sobre los determinantes fundamentales futuros juegan ahora un papel en la determinación del tipo de cambio, pudiendo contribuir también a su volatilidad. Más aún, pueden surgir burbujas especulativas derivadas de efectos relacionados con las expectativas. Sin embargo, tales burbujas deben manifestarse en la esperanza de futuras oportunidades de consumo o futuros precios. Una vez más, estos patrones de comportamiento de los precios y cantidades no parecen coexistir con las amplias fluctuaciones en los tipos de cambio.

6. Si se añade incertidumbre extrínseca, como en Obstfeld y Rogoff (1985), estas conclusiones permanecen inalteradas.

2.2.- Burbujas Convergentes

Farmer y Woodford (1984) y Woodford(1985), han mostrado que, en los modelos en los que hay un grupo infinito de trayectorias convergentes de niveles de precios bajo previsión perfecta, hay asimismo un número infinito de posibles equilibrios estacionarios de manchas solares.

En tal equilibrio, tal y como afirma Singleton (1987), "el nivel de precios y el tipo de cambio podrían ser función de una variable aleatoria que represente la información extrínseca que influyó sobre cuál de las trayectorias estacionarias seguirían estos precios". Los tipos de cambio de equilibrio parecerían seguir un proceso estocástico estacionario, posiblemente con ciclos de gran amplitud, presentando posiblemente estos movimientos, poca correlación con la información fundamental en los modelos.

Formalmente, considerando un problema de optimización en dos períodos, se parece a un modelo de generaciones sucesivas, en el que, como es sabido, es posible la existencia de múltiples equilibrios convergentes. Aunque es necesario constatar su posibilidad teórica, quienes proponen las manchas solares estacionarias, no han desarrollado aún un modelo refutable con fuentes plausibles de fricciones, en el cual las manchas solares sean un determinante esencial de los movimientos del tipo de cambio.

III. - BURBUJAS EN MODELOS MONETARIOS LINEALES: REVISIÓN GENERAL.

Consideremos el modelo monetario standard:

$$e_t = (1 - \gamma) (H_t - \alpha Y_t) + (1 - \gamma) u_t \quad (12a)$$

con $\gamma = \frac{\beta}{1 + \beta}$, siendo β la semielasticidad de la demanda de dinero respecto al tipo de interés. α es la elasticidad de la demanda de dinero con respecto a la renta.

Supongamos que el conjunto de información de los agentes incluye los valores actuales y pasados de los logaritmos de las ofertas monetarias relativas (H_t), de los niveles de precios (P_t), de los ingresos reales (Y_t), del tipo de cambio (e_t) y de la perturbación u_t .⁷

7. La perturbación u_t puede estar seriamente correlacionada.

La solución libre de burbujas establece que el tipo de cambio actual puede expresarse como la suma del valor presente descontado de los valores futuros esperados dados por las combiciones monetarias:

$$e_t^* = \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\beta}{1+\beta} \right)^i \frac{1}{1+\beta} E_t (h_{t+i} - \alpha Y_{t+i} + u_{t+i}) \quad (12b)$$

Sin embargo e^* no es la solución única. Cualquier e_t con la siguiente forma, es también una solución:

$$e_t^* = \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\beta}{1+\beta} \right)^i E_t (h_{t+i} - \alpha Y_{t+i} + u_{t+i}) + c_t \quad (13)$$

c_t es cualquier variable que satisfice:

$$E(c_t | I_{t-1}) = \gamma^{-1} c_{t-1} \quad (14)$$

Por consiguiente, el precio del mercado puede desviarse de su valor fundamental sin violar la condición de arbitraje. Como $\gamma^{-1} > 1$, debemos esperar que c_t crezca con el tiempo.

Blanchard y Watson (1982), observan que es posible en un contexto económico real, la existencia de burbujas que crecen y explotan. La posibilidad de un tipo de cambio creciendo dentro de una burbuja existe cuando la variación esperada del tipo de cambio es un factor fundamental en la determinación del precio corriente. Hay un infinito número de caminos que satisfacen la condición de expectativas correctas, aunque sólo una de ellas constituye una vía estable hacia el equilibrio, dicha senda se caracteriza por ser consistente con los principios determinantes del tipo de cambio.

La burbuja más sencilla es la burbuja determinística:

$$c_t = c_0 \gamma^{-t} \quad (15)$$

En este caso, el aumento del tipo de cambio se justifica por los subsiguientes aumentos en las ganancias del capital⁸. Esta burbuja no es muy plausible. Su racional-

8. Este tipo de burbujas fue desarrollado por Flood, R.P. y Garber, P.M. en "Market Fundamentals versus Price-Level Bubbles: the First Test", págs. 762-763, 1980.

lidad está condicionada a que el incremento en el precio continúe ininterrumpidamente. Hay otras posibilidades. Así, se puede definir una burbuja estocástica estrictamente positiva⁹:

$$c_t = \begin{cases} \frac{(c_{t-1} - c^*)}{\pi\gamma}, & \text{con probabilidad } \pi \\ \frac{c^*}{[(1-\pi)\gamma]}, & \text{con probabilidad } 1-\pi \end{cases} \quad (16)$$

$0 < \pi < 1$ y c^* es una constante mayor que cero.

La burbuja explota con probabilidad $1-\pi$, y tiene una duración esperada $(1-\pi)^{-1}$. Mientras que la burbuja flota, está creciendo al tipo $(\gamma\pi)^{-1}$. Los inversores reciben ganancias extraordinarias para poder ser compensados por las pérdidas de capital en las que se pudiera incurrir si la burbuja explota. Como la probabilidad de explosión en un período dado es pequeña, habrá algún tipo de apreciación en el caso de no-colapso que, junto con el tipo de interés diferencial, es suficiente para persuadir a los especuladores con el fin de que sigan manteniendo la moneda a pesar de la posibilidad de colapso.

El hecho de que la burbuja termine puede ser muy bien función de los fundamentos (por ejemplo, malas noticias acerca del déficit comercial...); alternatively, si la burbuja explota o no puede depender de elementos no relacionados con el valor fundamental de mercado.

Es posible también tener una burbuja compuesta, consistente en una combinación lineal de burbujas, cada una de ellas teniendo su propio π y c^* . También π puede variar a lo largo del tiempo¹⁰. Las burbujas racionales, por tanto, parecen ser consistentes con los modelos recientes de incrementos extraordinarios en los precios de las acciones, seguidos de una caída dramática.

La mejor definición de una burbuja debe realizarse dentro de un modelo preciso; detallando las operaciones de mercado que nos permitan definir los fundamentos del mismo, aislar su trayectoria característica y, una vez definida la burbuja podremos estudiar diferentes posibilidades, relajando algunos supuestos establecidos al comienzo. Por ejemplo, si consideramos la no existencia de neutralidad ante el riesgo, las burbujas harán aumentar el riesgo asociado a la posesión de un billete; por tanto, la moneda extranjera se apreciará más deprisa.

9. El ejemplo fue propuesto por West en "A Specification Test for Speculative Bubbles", pág. 556, 1987.

10. West en "A Specification Test for Speculative Bubbles", págs. 553-578, 1987, realiza un estudio empírico comprobando esta probabilidad.

Las burbujas pueden ser de tantos tipos que es difícil especificar una clase general que incluya a la totalidad. Su detección empírica se hace en base a contrastes de hipótesis. Pero, además existen límites teóricos que cuestionan su existencia y hacen difícil su consideración como causa de la excesiva variabilidad de los tipos de cambio.

IV. - LÍMITES TEÓRICOS A LA EXISTENCIA DE BURBUJAS.

4.1.- No Negatividad

La ecuación (14) implica que cualquier burbuja racional tendría expectativas condicionales explosivas, es decir:

$$E_t c_{t+j} = \gamma^j c_t \quad j > 0$$

De acuerdo con esto, una burbuja racional negativa no puede existir en el precio de una moneda, puesto que la existencia de tal burbuja implicaría que $\sum_{j=1}^{\infty} E_t c_{t+j}$ disminuiría sin límite al tipo geométrico γ^{-1} y por tanto $E_t c_{t+j}$ se convertiría en negativo para un j finito.

La imposibilidad de burbujas racionales negativas en los precios de las monedas, a su vez, implica que c_t debe satisfacer además de (14):

$$c_t \geq 0 \quad (17)$$

4.2.- Límites al comienzo de las burbujas racionales en el tipo de cambio.

Si,

$$c_{t+1} - \gamma^{-1} c_t = Z_{t+1} \quad (18)$$

donde Z_{t+1} es una variable aleatoria con la propiedad de que $E_{t-j} Z_{t+1} = 0$ ($j \geq 0$). Teniendo en cuenta las condiciones de no negatividad, las realizaciones de Z_{t+1} deben satisfacer $Z_{t+1} \geq -\gamma^{-1} c_t$ ($t \geq 0$) y si $c_t = 0$, $Z_{t+1} \geq 0$.

Ahora bien, el valor esperado de Z_{t+1} es cero. De este modo, si $c_t = 0$, Z_{t+1} será cero con probabilidad uno. El resultado viene a expresar que si una burbuja racional no existe en la fecha t , siendo t mayor o igual que cero, dicha burbuja no podrá comenzar ni en $t+1$ ni en una fecha posterior¹¹.

11. Diba, B.T. y Grossman, H.I. en "On the Inception of Rational Bubbles", págs. 688-694, 1987, extienden este análisis para mostrar que, si una burbuja racional existente explota, una nueva e independiente burbuja racional no puede simultáneamente comenzar.

4.3.- Inconsistencia entre racionalidad y agentes con vidas infinitas.

Las burbujas racionales positivas son inconsistentes con la racionalidad en los modelos en los que los agentes tienen horizontes infinitos, Tirole (1982)¹².

Cualquier agente que vende una moneda a un precio mayor que su valor fundamental puede abandonar el mercado, dejando un valor presente negativo para cualquiera que la compre. Las burbujas se rechazan cuando los agentes tienen horizontes infinitos, incluso si los negociadores tienen información diferencial y las ventas cortas están prohibidas.

Como ocurre en los juegos de Ponzi, lo que se necesita es la entrada de nuevos participantes. En los modelos con horizontes finitos las burbujas positivas no son rechazadas. Tirole (1985) explica que cada generación estará deseosa de pagar más que lo correspondiente al valor fundamental, preveyendo que las generaciones sucesivas estarán igualmente deseosas. Se requiere que el crecimiento de la economía sea mayor que la ganancia sobre las acciones, siendo ésta una condición necesaria del modelo de generaciones superpuestas desarrollado por Tirole. La evidencia empírica existente para la mayoría de los países muestra como esta condición no se cumple¹³.

4.4.- Burbujas y títulos con vencimiento finito,

Toda desviación de un activo de su valor fundamental, para comportarse como una burbuja, debe satisfacer la siguiente condición:

$$E_t (c_{t+1} | I_t) = \gamma^{-1} c_t$$

Esto implica por iteración que,

$$\lim_{i \rightarrow \infty} E_t (c_{t+i} | I_t) = \begin{cases} +\infty, & \text{si } c_t > 0 \\ -\infty, & \text{si } c_t < 0 \end{cases}$$

Esta condición es claramente imposible de satisfacer para cualquier activo que sea amortizable a un precio dado en una fecha dada. Para tales activos, el precio en esa fecha debe ser igual al valor a la par. Es decir, en esa fecha la desviación debe ser cero. Iterando hacia atrás, la desviación hoy, debe ser cero. Por tanto, no pueden existir burbujas.

12. Gilles y Leroy (1987a), aparentemente concluyen, por contra, que las burbujas pueden en principio existir en tales modelos.

13. Ver Abel y otros, 1986, para una discusión de las condiciones de rechazo de las burbujas en una aproximación estocástica.

tir burbujas en los bonos, excepto en los que lo son a perpetuidad; y por ende, tampoco pueden existir burbujas en el tipo de cambio.

4.5.- Equivalencia observacional entre burbujas y alteraciones en el proceso de variables exógenas.

Consideremos el siguiente proceso¹⁴: Sea S_t la oferta monetaria. Hasta la fecha T conocida en el futuro, S_t se espera que iguale a la variable aleatoria h_t con probabilidad uno, donde:

$$h_t = h_{t+1} + W_t \quad E(W_t) = 0 \quad (19)$$

consideremos la posibilidad de que el proceso S_t cambie permanentemente en la fecha T . Específicamente el público sabe que la oferta monetaria para $t' \geq T$ vendrá dado por la variable aleatoria:

$$S_{t'} = h_{t'} + v_{t'} \quad (20)$$

$$v_t = (1 - d_t)(v_{t-1} + \varepsilon_t) \quad (21)$$

siendo

$$d_t = \begin{cases} 1, & \text{con probabilidad } \pi \\ 0, & \text{con probabilidad } 1 - \pi \text{ si } d_{t-1} = 0 \\ 1, & \text{con probabilidad } 1 \text{ si } d_{t-1} = 1 \end{cases} \quad (22)$$

$$E_{t-1}(\varepsilon_t) = 0$$

Es decir, el público espera un gran salto en la oferta monetaria en la fecha T , si el acontecimiento $d_t = 1$ no ocurre en el intervalo considerado.

La solución libre de burbujas será:

$$e_t = h_t + (1 - \pi)^{T-t} \frac{1}{1 + \beta} \sum_{i=T-t}^{\infty} \left(\frac{\beta}{1 + \beta} \right)^i v_t \quad (23a)$$

$$e_t = h_t + K \frac{v_t}{(1 - \pi)^t} \left(\frac{1 + \beta}{\beta} \right)^t \quad (23b)$$

14. Hamilton, J.D. en "On testing for Self-fulfilling Speculative Price Bubbles", págs. 545-552, 1986, expone un proceso similar que ilustra esta equivalencia.

$$K = \left((1-\pi) \frac{\beta}{1+\beta} \right)^T$$

ya que

$$E_t \frac{v_{t+1}}{(1-\pi)^{t+1}} = (1-\pi) \frac{v_t}{(1-\pi)^{t+1}} = \frac{v_t}{(1-\pi)^t} \quad (24)$$

condicionado a $d_t = 0$

El resultado es un caso especial de burbuja especulativa:

$$e_t = \frac{1}{1+\beta} \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\beta}{1+\beta} \right)^i E_t (S_t) + \left(\frac{i+\beta}{\beta} \right)^t c_t \quad (25)$$

La ecuación demuestra, por tanto, que un econométra que no tenga en cuenta que la gente contemplaba la posibilidad de un cambio en el proceso de oferta monetaria, será incapaz de distinguir la trayectoria del tipo de cambio libre de burbujas, de la trayectoria con una burbuja que puede explotar¹⁵ como la que analiza Blanchard (1982).

La fuerza de la argumentación teórica contraria a las burbujas divergentes sugiere que los resultados econométricos que pretenden demostrar su existencia son, con gran probabilidad, el resultado de que los conjuntos de información de los agentes están mal especificados.

V. - INVALIDEZ DE LOS TEST EMPÍRICOS USADOS PARA LA DETECCIÓN DE BURBUJAS RACIONALES

En el supuesto de neutralidad ante el riesgo, los tests de volatilidad recientemente desarrollados y aplicados a los mercados de acciones y de bonos, ofrecen una metodología "portmanteau", que detecta sin diferenciar, tanto las burbujas como otras desviaciones de los activos respecto a su valor fundamental. Incluso si se acepta, en principio, la metodología de los tests de volatilidad, no está claro cómo deben ser aplicados al mercado de cambio.

Los tests indirectos para la detección de burbujas racionales, pueden ser agrupados en tres tipos diferentes¹⁶:

15. Obsfeld, M. en los comentarios al artículo "Empirical Assesment of foreign currency Risk Premium" de Meese, R., págs.183-188, 1989, insiste en la imposibilidad de distinguir entre burbujas especulativas y alteraciones en los procesos de las variables exógenas.

16. Evans, G.W. realiza esta clasificación en "A Test for Speculative Bubbles in the Sterling-Dollar Exchange Rate: 1981-1984", págs. 621-623, 1986.

- 1) Tests de límite de varianza
- 2) Tests de especificación
- 3) Tests de series.

5.1.- Tests de límite de varianza.

Los tests de límite de varianza fueron aplicados por primera vez por Shiller (1981), y Blanchard y Watson (1982), para el precio de las acciones.

Si existe una burbuja especulativa, la varianza incondicional del tipo de cambio será muy grande. Sin embargo, esto no tiene por qué ocurrir para la varianza condicional si la innovación en la burbuja y la innovación fundamental en el mercado estuvieran negativamente correlacionadas. Ahora bien, lo que ocurre es justamente lo contrario; las innovaciones en la burbuja están incorreladas o correladas positivamente con las innovaciones fundamentales, en cuyo caso la varianza condicional del tipo de cambio corriente también se vería incrementada.

El principal problema con este tipo de tests es que hay varias alternativas que explicarían el incumplimiento de los límites, sin la necesidad de que éste sea atribuido a una causa específica. Además, aunque las burbujas puedan, en teoría, llevar a un exceso de volatilidad, sin embargo, ciertos tests de límite de varianza excluyen las burbujas como una explicación¹⁷.

Los tests de límite de varianza necesitan utilizar un precio muestral terminal de mercado, que incluye la consideración de burbujas dentro de la hipótesis nula. Así, supongamos un agente representativo que actúa en un mercado donde la información es homogénea. Se tiene que cumplir:

$$e_t^f = \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\beta}{1+\beta} \right)^i \frac{1}{1+\beta} E_t S_{t+i} \quad (26)$$

e_t^f es el valor del tipo de cambio determinado por los fundamentos.

La expresión (26) puede escribirse como la suma de dos elementos, el primero dependiente de los determinantes fundamentales del modelo y, el segundo, un elemento arbitrario, c_t

$$e_t = \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\beta}{1+\beta} \right)^i \frac{1}{1+\beta} E_t S_{t+i} + c_t \quad (27)$$

17. Este resultado, sin su demostración formal, fue obtenido por Mankiw, Romer y Shapiro, quienes señalan que "las desigualdades para los límites de varianza, se cumplen incluso si hay burbujas"

$$E_t(c_{t+i}) = \left(\frac{1+\beta}{\beta} \right)^i c_t \quad i=1,2, \dots$$

La literatura de límites de varianza define el precio teórico ex-post racional como el precio que prevalecería si todos conocieran los valores de las variables fundamentales en el futuro con certeza y no hubiera burbujas:

$$e_t^* = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{1+\beta} \left(\frac{\beta}{1+\beta} \right)^i S_{t+i} \quad (28)$$

de (27) y (28)

$$e_t^* = e_t + u_t - c_t \quad (29)$$

Por construcción, u_t está incorrelado con e_t y con c_t , pero e_t y c_t pueden estar correlados entre ellos.

Las burbujas, tal y como las hemos definido, siguen un proceso divergente que hace que los momentos incondicionales no estén definidos. Este problema puede salvarse, considerando los momentos de las innovaciones. Así, a partir de (29), obtenemos:

$$\text{Var}(e_t^*) = \text{Var}(e_t) + \text{Var}(u_t) + \text{Var}(c_t) - 2 \text{Cov}(e_t, c_t) \quad (30)$$

Si se incumpliera el límite de varianza¹⁸ tendría que ocurrir:

$$\text{Var}(e_t) \leq \text{Var}(e_t^*) - \text{Cov}(e_t, c_t) \geq 0 \quad (31)$$

El contraste empírico de este test, se encuentra con la dificultad derivada de la imposibilidad de medir e_t^* (tipo de cambio ex-post racional), puesto que depende de un futuro infinito. Shiller (1981a), Grossman y Shiller (1981), Mankiw, Romer y Shapiro (1985), usan un precio terminal de mercado para construir. Una contraparte medible al precio ex-post racional¹⁹:

18. Como tal, se entiende el límite formulado por Shiller en "The Stocks Prices Move too much to be Justified by Subsequent Changes in Dividends?", pág. 423, 1981.

19. Esta explicación es señalada por Flood y Hodrick para los precios de los activos en general en "Asset Price Volatility, bubbles, and Process Switching", págs. 831-841, 1986.

$$\hat{e}_t \equiv \sum_{i=1}^{T-1} \left(\frac{\beta}{1+\beta} \right)^i \frac{1}{1+\beta} S_{t+i} + \left(\frac{\beta}{1+\beta} \right)^{T-t} e_T \quad t=0, \dots, T-1 \quad (32)$$

Sería la contrapartida de e_t^*

$$\hat{e}_t = e_t^* - \left(\frac{\beta}{1+\beta} \right)^{T-t} e_t^* + \left(\frac{\beta}{1+\beta} \right)^{T-t} e_T \quad (33a)$$

lo que implica, a partir de (29):

$$\hat{e}_t = e_t^* + \left(\frac{\beta}{1+\beta} \right)^{T-t} (C_T - u_T) \quad (33b)$$

u_T está incorrelado con todos los elementos de la información en T , lo que incluye la información disponible en t . Puesto que u_T es la innovación en el valor presente de los dividendos entre T y el futuro infinito, C_T no es ortogonal respecto a la información en t , puesto que C_T depende de la evolución de la burbuja estocástica entre t y T . A partir de (29) y (33b), se obtiene:

$$\hat{e}_t = e_t + W_t \quad (34)$$

$$W_t \equiv (u_t - \left(\frac{\beta}{1+\beta} \right)^{T-t}) + \left(\frac{\beta}{1+\beta} \right)^{T-t} C_T - C_t$$

Aplicando en (34) el operador varianza de la innovación, resulta:

$$\text{Var}(\hat{e}_t) = \text{Var}(e_t) + \text{Var}(W_t) + 2 \text{Cov}(e_t, W_t) \quad (35)$$

si $\text{Cov}(e_t, W_t) = 0$

Puesto que u_t y u_T están incorrelados con e_t y además:

$$E_t(C_T) = \left(\frac{\beta}{1+\beta} \right)^{-(T-t)} C_t$$

y por tanto:

$$E_t \left(\left(\frac{\beta}{1+\beta} \right)^{T-t} C_T - C_t \right) = 0$$

De aquí obtenemos:

$$\text{Var}(\hat{e}_t) \geq \text{Var}(e_t) \quad (36)$$

que es el límite de varianza obtenido por todos los investigadores, con la única diferencia de la inclusión de burbujas racionales para su derivación. Si la desigualdad (36) fuera rechazada, de ello no se puede concluir que las burbujas estocásticas racionales son una explicación a la variabilidad.

El rechazo de la desigualdad incluye entre otras potenciales explicaciones la incorrecta especificación del modelo, desconocimiento de las propiedades de los tests para muestras pequeñas, fracaso de los datos para satisfacer la ergodicidad implícita en el uso de los estadísticos, etc.

Existe otro contraste relacionado con los momentos de segundo orden de los determinantes fundamentales del tipo de cambio. Las burbujas, si aparecieran, deberían reducir la relación del tipo de cambio y las variables fundamentales que lo determinan, es decir, disminuirá la correlación entre e_t y S_t .

Consideremos el tipo de cambio, expresado en un modelo monetario con expectativas racionales:

$$e_t = \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\beta}{1+\beta} \right)^i S_{t+i} + u_t; \quad E(u_t | \Omega) = 0$$

Calculando la varianza de la expresión anterior,

$$\text{Var}(e_t) = E \left(\left(\sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\beta}{1+\beta} \right)^i S_{t+i} + u_t \right) (e_t) \right) = \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\beta}{1+\beta} \right)^i \text{Cov}(e_t, S_{t+i}) + E(u_t, e_t) \quad (37)$$

Por construcción de u_t , $E(u_t, e_t) = 0$, así que:

$$\frac{\sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\beta}{1+\beta} \right)^i \text{Cov}(e_t, S_{t+i})}{\text{Var}(e_t)} = 1$$

que podría ser menor que la unidad si hay burbujas.

En cualquier caso, un test de regresión simple, puede tener más poder en la detección de burbujas racionales, que los tests de límite de varianza²⁰.

5.2.- Tests de especificación.

Como el test anterior, éste requiere concretar un modelo de determinación del tipo de cambio.

Suponiendo una ecuación de demanda de dinero tal y como la estudiada por Meese (1985), o bien Woo (1985).

$$h_t - p_t = -a_0 i_t + a_1 Y_t + a_2 (h_{t-1} - p_{t-1}) \quad (39)$$

$$h_t^* - p_t = -a_0 i_t^* + a_1^* Y_t^* + a_2 (h_{t-1}^* - p_{t-1}^*) \quad (40)$$

donde "h" es el logaritmo del stock de dinero, "p" el logaritmo del nivel de precios, "y" el logaritmo del ingreso e "i" el tipo de interés nominal. Los asteriscos denotan variables extranjeras.

Restando (39) y (40), obtenemos:

$$H_t - P_t = -a_0 (i - i^*) + a_1 Y_t - a_1^* Y_t^* + a_2 (H_{t-1} - P_{t-1}) \quad (41)$$

Normalmente se considera por simplicidad que $H = h - h^*$ y $P = p - p^*$. Meese, establece además que $a_1^* = a_1$ y $a_2 = 0$.

En ambos modelos se cumple la paridad de intereses descubierta:

$$E_t e_{t+1} - e_t = i_t - i_t^* \quad (42)$$

Finalmente, impongamos que se cumple la paridad del poder adquisitivo:

$$e_t = P_t \quad (43)$$

Sabemos que la paridad del poder adquisitivo no se cumple ni siquiera a largo plazo, por ello será necesario adicionar a la expresión (43) una perturbación aleatoria.

20. Geweke (1980) en "A Note on Testable Implications of Expectations Models", observa que en las aproximaciones lineales, un test de límite de varianza no es siempre poderoso para detectar las desviaciones de la teoría. Los tests de varianza son incapaces de detectar las burbujas, aunque éstas estén presentes en los datos.

La solución del modelo será²¹ :

$$a_0 E_t e_{t+1} - (1+a_0) e_t + a_2 e_{t-1} = -h_t + a_1 Y_t - a_1^* Y_t^* + a_2 h_{t-1} \quad (44)$$

Tomando retardos mediante el operador L, y puesto que $a_0 > 0$, $0 < a_2 < 1$, resolviendo

$$e_t = \gamma e_{t-1} + E_t \left(\sum_{i=0}^{\infty} \gamma^i Z_{t+i} \right) = \gamma e_{t-1} + E_t Z_t^* \quad (45)$$

$$Z_t = a_0^{-1} (H_t - a_2 H_{t-1} - a_1 Y_t + a_1^* Y_t^*)$$

Se puede estimar la ecuación (44) siguiendo a McCallum (1976) y reemplazando las expectativas no observables $E_t e_{t+1}$ por el valor ex-post e_{t+1} resulta:-

$$e_t - H_t = (1+a_0)^{-1} (a_0 (e_{t+1} - H_t) - a_1 Y_t + a_1^* Y_t^* - a_2 (h_{t-1} - e_{t-1})) + v_{t+1} \quad (46)$$

donde

$$v_{t+1} = -b (e_{t+1} - E_t e_{t+1}) \quad y \quad b = \frac{a_0}{1+a_0}$$

Si hubiera una evidencia aplastante de que el nivel de e_t sigue un proceso muy cercano a la no estacionariedad, se utilizarían las primeras diferencias para las aplicaciones empíricas, tal y como hace Meese (1985).

La ecuación (46), puede ser estimada por variables instrumentales. Los instrumentos potenciales, incluyen valores corrientes y retardados de todas las variables de la derecha de (46), exceptuando e_{t+1} .

El siguiente eslabón en la detección de burbujas especulativas es establecer algún proceso dinámico estable para las variables fundamentales H_t y Y_t , tal y como un vector autorregresivo. La fórmula de Hansen y Sargent (1980), puede aplicarse a (45), de tal forma que los valores esperados de H_t y Y_t sean sustituidos por vectores autorregresivos. Este resultado es un sistema de ecuaciones múltiples, con restricciones de ecuaciones no lineales cruzadas, que pueden ser denominadas (45').

En la hipótesis nula de "no burbuja", el estimador de los parámetros de la ecuación (45') será más eficiente que el estimador de los parámetros de la ecuación (46).

21. Esta solución es obtenida por West, K.D. en "Variability of the Deutschmark-dollar Exchange", pág 60, 1987.

En el supuesto de la hipótesis alternativa, basada en la existencia de burbujas, el estimador de los parámetros de la ecuación (46) será consistente, mientras que el estimador de los parámetros de (45') será inconsistente. De este modo, el test de especificación de Hausman (1978), puede ser utilizado para elegir entre las dos posibilidades²².

Meese (1985), y West (1984a) y (1987), utilizan los tests de especificación, obteniendo resultados poco significativos. Los contrastes efectuados hasta ahora presentan escasa evidencia concluyente de la existencia de burbujas, en base a la comparación de los parámetros de las ecuaciones (45') y (46).

Dado que estos tests estadísticos son tests conjuntos de no existencia de burbujas, procesos generadores de las variables exógenas estables y otras hipótesis mantenidas en los modelos monetarios estándar del tipo de cambio, son necesarios tests adicionales en la contrastación de la hipótesis de no existencia de burbujas, que utilicen procedimientos estadísticos basados en menos supuestos.

5.3- *Tests de Series*

En este apartado se discute la utilización de tres contrastes basados en la utilización de tests de series para las burbujas: contrastes de colas, contrastes de rachas y contrastes de signos. Todos ellos se basan en la distribución de los rendimientos extras o bien en la distribución de las innovaciones en el tipo de cambio.

5.3.1.- *Test de rachas*

Si los tipos de cambio se mueven dentro de una burbuja que crece y explota, las innovaciones en la burbuja tenderán a ser del mismo signo mientras la burbuja continúe y, de signo contrario, cuando se produzca su explosión. Las rachas se definen como secuencias de realizaciones de una variable aleatoria con el mismo signo y, serán más largas para una burbuja que para una secuencia puramente aleatoria. La distribución de las innovaciones de las burbujas tendrá colas anchas, es decir, será leptocúrtica.

Para la realización del test es necesario suponer que la distribución de las innovaciones en los fundamentos es simétrica, lo que puede no ocurrir. Supongamos que v_t , innovación en los fundamentos, es:

$$v_t = v_t^* + \varepsilon_t \quad (53)$$

22. Las afirmaciones anteriores, se corresponden con las demostraciones efectuadas por West, K.D. en "A Specification Test for Speculative Bubbles" (1985a), y Meese, P.A. en "Testing for Bubbles in Exchange Markets: A case of Sparkling Rates?" (1985.) El desarrollo de las mismas puede encontrarse en sus respectivos artículos.

ε_t es una perturbación simétrica "ruido blanco":

$$\Delta v^* = gW_t \quad (54)$$

donde W_t será:

$$W_t = \begin{cases} W_{t-1} & , \text{ con probabilidad } \pi \\ 0 & , \text{ con probabilidad } 1-\pi \end{cases}$$

Cuando tenemos v_0^* , entonces $W_0 = 1$. Los valores de cero a uno, representan un cambio de régimen permanente. A medida que W_0 se aproxima a uno, es decir, $1/2 < \pi < 1$ se cumple:

$$\Pr(e_{t+1} - E_t(e_{t+1}) \geq 0) > 1/2$$

Si los agentes piensan en una pequeña probabilidad de que haya cambios en la política económica frecuentes, pero en una gran probabilidad de que estos cambios ocurran eventualmente, ello supone una distribución condicional no simétrica de e_t , o lo que es lo mismo, una burbuja en los fundamentos.

Aunque v_t sea simétrica, los tests de rachas tendrán un poder mínimo para detección de burbujas, debido a que las burbujas no generan necesariamente rachas largas²³. Además, atribuir a las burbujas características de la innovación en el tipo de cambio, implica imponer restricciones en las innovaciones en el valor fundamental determinado por el mercado, lo cual es siempre muy complejo, y proporciona tests de escasa potencia.

Blanchard y Watson (1982), calculan la distribución de las series de innovaciones semanales en el precio del oro, sin encontrar burbujas, y precisando el bajo poder del test desarrollado.

5.3.2.- Test de colas

A medida que la burbuja se desarrolla, se generarán pequeños rendimientos extra positivos. Cuando la burbuja explote, habrá un gran rendimiento extra negativo. La distribución de las innovaciones no será normal, sino leptocúrtica: Un coeficiente de curtosis grande indicará la existencia de burbujas. Las dificultades de realización, y el

23. La demostración se puede encontrar en Blanchard, O.J. y Watson M. W. "Bubbles, Rational Expectations and financial Markets", 1982.

bajo poder estadístico para poder distinguir entre variables fundamentales muy leptocúrticas, la existencia de burbujas, y una estructura de información particular, son el origen de su escasa utilización.

5.3.3.- *Test de signos*

Este test se basa en un comportamiento anormal en el exceso de ganancia, lo que se define como una burbuja²⁴. En concreto, se detecta una burbuja especulativa en un subperíodo, cuando el exceso de ganancia sobre la posesión de un activo, tiene una media distinta de cero.

Si se definen las burbujas especulativas en términos de esta medida de tendencia central del equilibrio de las ganancias, es posible contrastar burbujas usando métodos no paramétricos y sin considerar un modelo particular de tipo de cambio. La principal complicación estadística, es la necesidad de encontrar un procedimiento para detectar una media distinta de cero, en tan sólo una parte del período muestral completo.

Este test fue aplicado por Evans (1985), para el tipo de cambio esterlina dólar y detecta una medida negativa en el exceso de ganancias sobre la tenencia de la esterlina frente al dólar; ahora bien, esto no significa la detección de una burbuja, sino que puede ser explicado por expectativas irracionales, burbujas racionales, o determinantes fundamentales no simétricos.

Aunque el estudio de burbujas especulativas en el tipo de cambio se encuentra en una fase preliminar, existen argumentos, teóricos y empíricos, que hacen pensar en las burbujas como una explicación poco plausible de la volatilidad del tipo de cambio.

Conclusión

CONCLUSIÓN

Después del crecimiento espectacular del dólar en los años de Reagan y también el derrumbe del mercado de valores en 1987, emerge la posibilidad de que los precios de monedas y acciones puedan explicarse por elementos especulativos no asociados con sus determinantes fundamentales, es decir, puedan moverse dentro de una burbuja especulativa.

Sin embargo, el carácter dinámico explosivo de tales burbujas, no parece compatible con la serie de datos disponibles para el precio de las acciones o el tipo de cambio, por ejemplo.

24. Esta definición así como el desarrollo del test de signos fue expuesta por Evans, G.W. en "a Test for Speculative Bubbles in the Sterling-Dollar Exchange Rate:1981-84", págs. 623-633, 1985.

Además, puesto que una burbuja racional tendría una expectativa condicional explosiva, las burbujas racionales deflacionarias no pueden existir si los individuos tienen horizontes de planificación infinitos. Por otro lado, aunque la maximización de la utilidad no excluye la existencia de burbujas racionales inflacionarias, el nacimiento de una burbuja racional después de la fecha inicial de emisión de dinero, supondría una innovación en el nivel de precio. Este último apunte, junto con la observación de que las burbujas deflacionarias no son posibles, viene a decir que si una burbuja racional no existe en una fecha t , una burbuja racional no puede comenzar en $t+1$, ni en una fecha posterior.

Si a la fuerza de la argumentación teórica, se le une la imposibilidad de desarrollar un test empírico, capaz de detectar burbujas especulativas como elementos específicos, explicativos de la evolución del tipo de cambio y, perfectamente diferenciables de otros elementos como "variables omitidas", "problema del Peso" o "modas", posiblemente los resultados econométricos que pretenden demostrar la existencia de burbujas divergentes, no son sino el resultado de que los conjuntos de información de los agentes están mal especificados.

Bibliografía

- ALLEN, F. y GORTON, G. (1988): "Rational Finite Bubbles", mimeo, the Wharton School, University of Pennsylvania.
- BLANCHARD, O.J. (1979): "Speculative Bubbles, Crashes and Rational Expectations", Harvard University .
- BLANCHARD, O.J. y WATSON, M.W. (1982): "Bubbles, Rational Expectations and Financial Markets", Harvard Institute of Economic Research, *Discussion Paper*, nº 877.
- CAMERER, C. (1989): "Bubbles and Fads in Assets Prices" *Journal of Economic Surveys*, 3, págs. 3-41 .
- CASSELLA, A. (1989): "Testing for Rational Bubbles with Exogenous or Endogenous Fundamentals", *Journal of Monetary Economy*, nº 24, págs.109-122.
- CASSEL, G. (1986): "The Present Situation of the Foreign Exchange Markets", *Economic Journal*, nº 26, págs. 62-65 .
- DIBA, B.T. y GROSSMAN, H.I. (1988): "Rational Inflationary Bubbles" *Journal of Monetary Economics*, nº 21, págs 35-46.
- DIBA, B.T. y GROSSMAN, H.I. (1987a): "The Theory of Rational Bubbles in Stock Prices", *Working Paper, NBER*, nº 1990.
- DIBA, B.T. y GROSSMAN, H.I. (1987b): "On the Inception of Rational Bubbles", *Quarterly Journal of Economics*, págs. 697-700.
- DIBA, B.T. y GROSSMAN, H.I. (1983): "Rational Asset Price Bubbles" *Working Paper, NBER*, nº 1059.
- EVANS, G. (1986): "A Test for Speculative Bubbles and the Sterling- Dollar Exchange Rate, 1981-1984", *American Economic Review*, nº 76, págs. 621-636.
- EVANS, G. (1991): "Pitfalls in Testing for Explosive Bubbles in Asset Prices" *The American Economic Review*, Vol. 81, nº 4, págs. 922-930.
- EVANS, G. (1989): "The Fragility of Sunspots and Bubbles" *Journal of Monetary Economics*, nº 23, págs 297-317.
- FLOOD, R.P. y GARBER, P.M. (1980): "Market Fundamentals Versus Price-Level Bubbles: The First Tests", *Journal of Political Economy* nº 38, págs. 745-769.
- FLOOD, R.P. y GARBER, P.M. (1983): "A Model of Stochastic Process Switching", *Econometrica*, vol. 51.
- FLOOD, R.P. y HODRICK, R.J. (1986): "Asset Price Volatility, Bubbles and Process Switching", *The Journal of Finance*, vol. 41, págs. 831-855.
- FLOOD, R.P. y HODRICK, R.J. (1990): "On Testing for Speculative Bubbles" *Journal of Economic Perspectives*, nº 4, págs 85-101.
- FROOT K.A y OBSTFELD M. (1991): "Intrinsic Bubbles: the Case of Stock Prices" *American Economic Review*, vol 81, nº 5, págs 1189-1214, 1991.

- FRANKEL, J.A. (1985): "Six Possible Meanings of 'overvaluation': The 1981-1985 Dollar", *Essays in International finance*, nº 159, Princeton.
- FRANKEL, J.A. y MEESE, R. (1987): "Are Exchange Rate Excessively Variable?", *Working Paper, NBER*, Macroeconomic Annual.
- GILLES Ch. y LeRoy S.F. (1992) : "Bubbles and Charges" *International Economic Review*, vol. 33, nº 2.
- HAMILTON, J.A. y WHITEMAN, C. (1985): "The Observable Implications of Self-fulfilling Expectations", *Journal of Monetary Economics*, nº 16, págs. 353-373, 1985.
- KRUGMAN, P.R. (1985): *Exchange Rate Inestability*, Chicago, MIT Press, LUCAS, R.E. (1978): "Asset Prices in a Exchange Economy", *Econometrica*, vol. 46, nº 6, págs. 1429-1445, 1978.
- MANKIW, G., ROMER, D. y SHAPIRO, M.D. (1985): "An Unbiased Reexamination of Stock Market Volatility", *The Journal of Finance*, vol. 40, nº 3, Págs. 679-689.
- MEESE, R.A. (1986): "Testing for Bubbles in Exchange Markets: A Case for Sparkling Rates?", *Journal of Political Economy*, vol. 94, nº 2, págs. 345-374. (Existe una traducción en español en *Cuadernos Económicos I.C.E.*, nº 3871, 1988).
- MILLER, M.H. y WELLER, P. (1990) : "Currency Bubbles which Affect Fundamentals: A Qualitative Treatement", *The Economic Journal* nº 100, págs 170-179.
- OBSTFELD, M. (1987): "Peso Problems, Bubbles and Risk in the Empirical Assesement of Exchange Rate Behavior", *Working Paper, NBER*, nº 2203. (Existe versión en castellano en *Cuadernos Económicos I.C.E.*, nº 38/1, 1988).
- OBSTFELD, M. (1988): "Competitiveness, Realignment, and Speculation: The Role of Financial Markets", *Working Paper, NBER*, nº 2534.
- OBSTFELD, M. (1989): "Commentary of Empirical Assesement of Foreign Currency Risk Premium from Meese, R.", en *Financial Risk: Theory, Evidence and Implications*, Stone, C.C. (ed.), Págs. 181-19.
- OBSTFELD, M. y ROGOFF, K. (1984): "Exchange Rate Dynamics with Sluggish Prices under Alternative Price-Adjustment Rules", *International Economic Review*, nº 25, págs. 159-174.
- OBSTFELD, M. y ROGOFF, K. (1985): "Ruling out Nonstationary Speculative Bubbles", *Working Paper, NBER*, nº 1601.
- OBSTFELD, M. y ROGOFF, K. (1986): "Ruling out Divergent Speculative Bubbles", *Journal of Monetary Economics*, nº 17, págs. 349-362.
- OBSTFELD, M. y STOCKMAN, A. C. (1987): "Exchange Rate Dynamics", *Handbook of International Economics*, vol. 2, Jones, R.W. y Kenen, P.B. (eds.), págs. 917-977.
- SHILLER, R. (1981a): "The Use of volatility Measures in Assessing Market Efficiency", *Journal of Finance*, nº 36, págs. 291-304.

- SHILLER, R. (1981b): "Do Stock Prices Move too much to Be Justified by Subsequent Changes in Dividends?", *American Economic Review*, nº 71, págs. 421-436.
- SINGLETON, K. (1988): "Tipos de Cambio Especulación y Volatilidad", *Cuadernos Económicos I.C.E.*, nº 38/1, págs. 143-177.
- TIROLE, J. (1982): "On the Possibility of Speculation Under Rational Expectations", *Econometrica*, nº 50, págs. 1163-1181.
- TIROLE, J. (1985): "Asset Bubbles and Overlapping Generations", *Econometrica*, vol. 53, nº 6, págs. 1499-1528.
- WEST, K.D. (1984) : *Speculative Bubbles and Stock Price Volatility*, Princeton University.
- WEST, K.D. (1987a): "A Specification Test for Speculative Bubbles", *Quarterly Journal of Economics*, págs 553-580.
- WEST, K.D. (1987b): "A Standard Monetary Model and the Variability of the Deutsche Mark-Dollar Exchange Rate", *Journal of International Economics*, nº 23, págs. 57-76.
- WEST, K.D. (1988): "Bubbles, Fads and Stock Price Volatility Test: A Partial Evaluation", *The Journal of Finance*, vol. 43, nº 3, págs. 639-655.
- WOO WING, T. (1985): "The Monetary Approach to Exchange Rate Determination Under Rational Expectations: The Dollar Deutsch Mark Rate", *Journal of International Economics*, vol. 18, nº 1/2, págs. 1-17.
- WOO WING, T. (1987): "Some Evidence of Speculative Bubbles in the Foreign Exchange Markets", *Journal of Money Credit and Banking*, vol. 19, nº 4, págs. 499-514.